

## تطبيق نماذج صفوف الانتظار لتقييم أداء المؤسسة

### Apply queuing forms to evaluate the performance of the organization

بن عدة محمد أمين

جامعة الجزائر 3

[amineforfor@gmail.com](mailto:amineforfor@gmail.com)

بن فرحات خليفة

جامعة الجزائر 3

[Benferhat171291khelifa@gmail.com](mailto:Benferhat171291khelifa@gmail.com)

#### ملخص:

من خلال هذه الدراسة تم تطبيق نماذج صفوف الانتظار لتقييم الأداء و تحسن فعالية الخدمات في المركز البريد، حيث أن الهدف الرئيسي من هذه الدراسة هو معرفة أهمية هذه الأساليب و كيفية تطبيقها لمساعدة متخذي القرار بطريقة علمية لاحتياز مشكلة ظاهرة الانتظار. توصلت دراسة إلى تقديم بديل لتحسين الوضع الحالي الموجود في مركز البريد حيث ساهم هذا البديل في تحسين جميع مؤشرات الأداء ، حيث انخفض وقت الانتظار و كذا عدد الوحدات الموجودة في الصف الانتظار، وعليه فان هذه الدراسة أثبتت مرة أخرى على أهمية استخدام الأساليب الكمية سواء لاتخاذ القرارات أو لتقييم الأداء في المؤسسات الجزائرية.

الكلمات المفتاحية: صفوف الإنتظار، المؤسسة، الأداء

#### Abstract:

The main objective of this study is to understand the importance of these methods and how to apply them to help decision-makers in a scientific way to overcome the problem of waiting.

The study found an alternative to improve the current situation in the post center, which contributed to the improvement of all performance indicators. The waiting time and the number of units in the waiting class decreased. This study proved again the importance of using quantitative methods for decision making Or to assess performance in Algerian institutions.

**Keywords:** Waiting lines, institution, performance

## تمهيد:

أصبحت كل المؤسسات تسعى إلى تقديم منتجات ذات جودة عالية لأنها وحدها التي تحقق لها الميزة تنافسية في السوق محلية والدولية وتضمن لها البقاء، و إذا كان الاهتمام بجودة السلع مادية وتقديمها بمواصفات التي تلي احتياجات المستهلك ليس بالأمر السهل، فإن الاهتمام بجودة الخدمات أمر أكثر صعوبة وتعقيدا لما تتصف به الخدمات من خصائص وتمثل في صعوبة مواجهة تدفقات العشوائية و التذبذبات للطلب عليها، حيث يعتبر النظام الذي يقدم فيه الخدمة من بين أحد الجوانب الحساسة التي تؤثر على جودة السلع وسمعت المؤسسة. وتعتبر نظرية صفوف الانتظار الطريقة العملية المميزة في تحليل خطوط الانتظار، لأنها تمكن وتساعد المسير من اتخاذ قرارات تحسينية على مستوى جودة الخدمات و بأقل تكلفة. مما سبق يمكن طرح الإشكالية التالية:

### كيف يكمن لنماذج صفوف الانتظار أن تقيم أداء المؤسسة ؟

من أجل معالجة الإشكالية السابقة سوف نتطرق في بحثنا هذا إلى عدة جوانب لصفوف الانتظار من حيث التعريف ومجال التطبيق والخصائص كما سلطنا الضوء على نماذج صفوف الانتظار والتحليل الاقتصادي لها وتم ختام هذا البحث بمثال واقعي وهو تطبيق أحد نماذج صفوف الانتظار على عملية السحب و الإيداع في مركز بريد- الدار البيضاء-.

### أولا: الجانب النظري لتقييم أداء المؤسسة باستخدام نماذج صفوف الانتظار

قبل التطرق إلى الجانب العملي و تطبيق نماذج صفوف الانتظار لتقييم أداء المؤسسة لابد أولا من إعطاء نظرة شاملة حول نشأة نظرية صفوف الانتظار و مجالات استخدامها و أهميتها بالنسبة للمؤسسات الإنتاجية و كذا الخدماتية و أهم النماذج المستخدمة لتقييم و لتحسين فعالية الخدمات المقدمة من طرف المؤسسات.

### 1. مفاهيم عامة حول نظرية صفوف الانتظار

في هذا المحور سوف نتطرق لتاريخ نظرية صفوف انتظار كما سوف نعطي مفهوم و كيفية نشوء صف انتظار.

#### 1.1 نبذة تاريخية لظاهرة صفوف الانتظار :

عرفت نظرية صفوف الانتظار على يد A.K. Erlang عام 1903 بعدما قام بدراسة مسألة الازدحام الموجودة على خط الهاتف حيث بدأ بإيجاد الفترات الزمنية لتأجيل المكالمات نظرا لانشغال الهاتف، وقد تطورت دراسات Erlang من قبل كل من Molins عام 1927 و Thornton D.Fry عام 1928 و بعد الحرب العالمية الثانية تم الاعتماد عليها في شتى المجالات.<sup>1</sup>

#### 2.1 تعريف صفوف الانتظار :

تعرف صفوف الانتظار بأنها عدد الوحدات ( الزبائن ) المنتظمة في شكل طابور منتظرة خدمة معينة و ذلك خلال فترة زمنية معينة.<sup>2</sup> تختص نظرية صفوف الانتظار بوضع الأساليب الرياضية اللازمة لحل مشاكل المتعلقة بتراكم صفوف الانتظار التي تنتظر دورها طالبة خدمة معينة خلال فترة معينة، على أن يكون وصول هذه الوحدات إلى مكان أداء الخدمة عشوائيا تبعا لتوزيع معين، كما أن الزمن اللازم لأداء الخدمة لكل وحدة يمكن أن تأخذ صفة عشوائية أيضا تبعا لتوزيع معين، بحيث تقوم بحساب متوسط وقت الانتظار

للحصول على الخدمة و كذا متوسط عدد منتظرين طالبي خدمة معينة، لذلك يمكن القول أنها تقدم بطريقة رياضية أسلوبا لتقييم بدائل التصميم المختلفة لمراكز تقديم الخدمة.

نماذج صفوف الانتظار هي عبارة عن نماذج رياضية من ضمن الأساليب الكمية التي تحدد قياس الأداء لحالة صف بما فيها معدل زمن الانتظار و معدل طول خط الانتظار ( صف ) كما تساعد في اتخاذ القرارات الإدارية من أجل تقديم الخدمة المطلوبة.<sup>3</sup>

**3.1** كيفية نشوء صفوف الانتظار :

تنشأ مشكلة صفوف الانتظار إذا كان معدل وصول الزبائن سريعا بدرجة تفوق معدل أداء الخدمة للزبون الواحد، وكذلك في كون معدل أداء الخدمة أسرع من معدل وصول الزبائن حيث يبقى بعض مواقع تأدية الخدمة عاطلة عن العمل، في كلا الحالتين سواء كانت المشكلة تتعلق بانتظار الوحدات ( الزبائن ) أو مقدمي الخدمة فإن هذه المشكلة تترتب عليها تكاليف لذا تستوجب دراستها من أجل التقليل منها إلى أدنى مستوى ممكن.<sup>4</sup>

## 2 أهمية نظرية و مجالات تطبيق نماذج صفوف الانتظار

سوف نسعى في هذا المحور إلى إبراز أهمية دراسة حالات صفوف الانتظار و كذا أهم مجالات تطبيقها

### 1.2 أهمية دراسة حالات صفوف الانتظار :

تعتبر نظرية صفوف الانتظار ذات أهمية بالغة نتيجة للتكاليف الناجمة من الانتظار حيث تظهر أهمية دراسة حالات صفوف الانتظار في :<sup>5</sup>

- عجز قنوات الخدمة في صفوف الانتظار من تلبية طلبات الزبائن بشكل مقبول و هذا ما يؤدي إلى تشكل صف الانتظار، و من هنا لا بد من دراسة حالة لتحديد عدد القنوات الخدمة الملائمة لتلبية الخدمات الزبائن بشكل أحسن.
- انخفاض طلب الخدمة مما يؤدي إلى بقاء الخدمة عاطلة معظم الوقت، و هنا تظهر الحاجة لنظرية صفوف الانتظار و ذلك لمنع هدر في الموارد.

إن تطبيق نظرية صفوف الانتظار تهدف إلى تخفيض تكاليف الطاقة العاطلة و كذا تخفيض تكاليف الانتظار كما تقوم بتحديد متوسط زمن الانتظار و عدد الوحدات في صف الانتظار إضافة إلى ذلك تقوم بتقييم جودة الخدمات المقدمة و مقارنتها مع منافسيها في السوق.<sup>6</sup>

### 2.2 أهم مجالات تطبيق نماذج صفوف الانتظار :

نظرية صفوف الانتظار لها تطبيقات واسعة في مختلف مجالات فنحن جميعا نواجه هذه المشكلة في الحياة اليومية لذا سوف نذكر بعضا منها وهي كالتالي :<sup>7</sup>

- يستخدم أسلوب صفوف الانتظار بشكل واسع في مجال الخدمات على سبيل المثال المصارف، المطاعم، صالون الحلاقة، مكاتب البريد،..... الخ.
- تستخدم نظرية لصفوف الانتظار في مجال النقل فمن الممكن أن تكون وسائل النقل هي الوحدات الطالبة للخدمة مثل شاحنات أو السفن فهي تنتظر دورها لتحميل أو تفريغ أو طائرات تنتظر هبوط أو الإقلاع، كما يمكن أن تكون وسائل النقل هي مراكز الخدمة مثلا سيارات الأجرة، سيارات الإسعاف..... الخ.

كما أن هنالك أمثلة عديدة لصفوف الانتظار مثل انتظار الآلات العاطلة ( وحدات طالبة للخدمة ) بغرض تقديم الخدمة لها أي تصليحها من طرف المصلح ( مركز الخدمة ) و كذلك نجد صفوف الانتظار في المستشفيات حيث ينتظر المرضى تقديم لهم الخدمة الصحية من طرف الأطباء، سيارات الإسعاف، ممرضات..... الخ مع كل هذه المجالات التي تم ذكرها فإننا لم نذكرها جميعا و إنما أشرنا إلى جزء منها فقط و تبقى نظرية صفوف الانتظار ذات الانتشار الواسع و المعتمد في مختلف المجالات.

### 3. العناصر الرئيسية و خصائص نماذج صفوف الانتظار

1.3 العناصر الرئيسية لظاهرة صفوف الانتظار :

تتكون ظاهرة صف الانتظار من ثلاث عناصر أساسية و هي كالتالي :

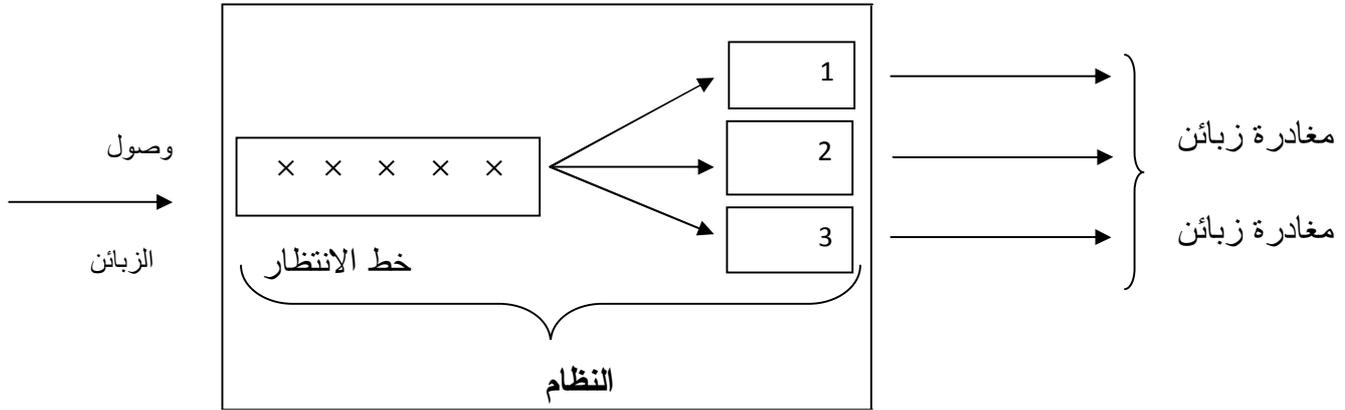
1.1.3 وصول الوحدات : يكون على شكل فترات زمنية منتظمة أو غير منتظمة إلى نقاط تدعى مراكز ( قنوات ) الخدمة كمثال على ذلك وصول الشاحنات إلى موقع التحميل، دخول الزبائن إلى مراكز التجارية..... الخ كل هذه الوحدات تدعى وصول الزبائن

2.1.3 مراكز ( قنوات ) الخدمة : هي الموقع التي تقوم بتقديم الخدمة للوحدات الطالبة الخدمة ( الزبون )، إذا كان مركز الخدمة غير مشغول فإن زبون الواصل سوف يخدم مباشرة و إذا كان مركز الخدمة مشغول فإن على الزبون الانتظار في الخط إلى أن يتم تقديم له الخدمة و بعد إكمال الخدمة سوف يغادر النظام.

مسألة صفوف الانتظار تتكون عندما يضطر الزبون إلى الانتظار في الصف للحصول على الخدمة.

3.1.3 صف الانتظار : يمثل عدد الزبائن المنتظرة للحصول على الخدمة ( عدد الوحدات الطالبة للخدمة ) بحيث الصف لا يتضمن الزبون الذي يتم تقديم الخدمة له.

#### الشكل رقم ( 01 ) : المخطط للعناصر للنظام لصفوف الانتظار<sup>8</sup>



المصدر : حامد سعد نور الشمري و علي خليل الزبيدي، مرجع سبق ذكره، ص 457

### 2.3 خصائص نماذج صفوف الانتظار :

من الخصائص الرئيسية لنماذج الانتظار هي :

#### 1.2.3 مصدر الواصلين :

يوجد احتمالين لتحديد مصدر الأفراد الواصلين إما مصدر غير محدد أو مصدر محدد<sup>9</sup>

- **مصدر غير محدد:** في هذا مصدر يتجاوز عدد واصلين طاقة نظام مثل الأسواق الكبيرة، مخازن الأدوية، مسارح..... الخ،

في هذه الحالة لا يمكننا أن نحدد عدد الواصلين لأنه عدد كبير و يمكنهم في أي وقت أن يطلبوا الخدمة.

- **مصدر محدد:** في هذا المصدر يكون كل مقدم الخدمة مسؤول عن تقديم الخدمة لعدد محدود من الزبائن مثل

المرضة مسؤولة عن تقديم خدمة لعدد محدد من الأسرى.

#### 2.2.3 توزيع الوصول :

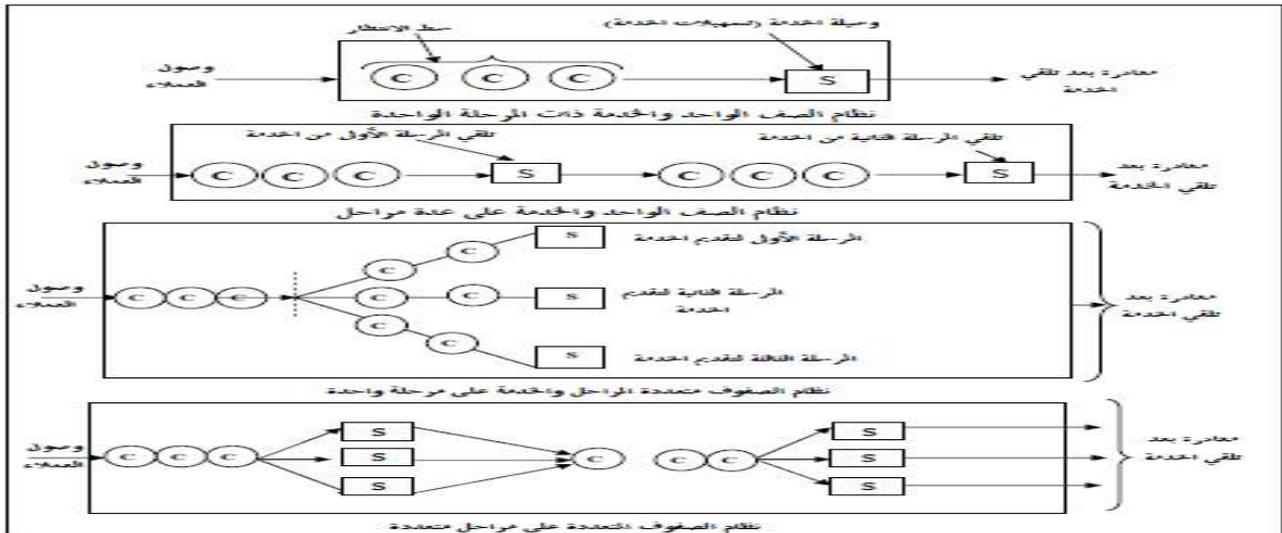
نقصد به نمط القاعدة وصول الزبائن إلى النظام ممكن أن يكون على شكل فترات زمنية متساوية أو على شكل فترات زمنية غير متساوية أي وصول عشوائي، لذلك يتم استخدام التوزيعات الاحتمالية لوصف معدل الوصول و أكثر هذه التوزيعات استخداما هو توزيع بواسون.

معدل الوصول : هو عبارة عن عدد الوحدات الواردة لطلب الخدمة خلال وحدة الزمن و غالبا ما يتم حساب متوسط عدد الوحدات الواردة خلال وحدة الزمن.

#### 3.2.3 عدد القنوات الخدمة :<sup>10</sup>

تختلف باختلاف نوعية الخدمة المقدمة ، فيمكن لنظام أن يكون ذو قناة خدمة مفردة كما يمكنه أن يكون ذو قنوات متعددة و كذلك يمكن لزبون أن يحصل على الخدمة على مرحلة واحدة أو عدة مراحل.

الشكل رقم ( 02 ) : المخطط مراحل أنظمة الانتظار



المصدر : حلال إبراهيم العبد : مرجع سبق ذكره، ص 428.

### 4.2.3 توزيع الخدمة :

نقصد به نمط أو قاعدة مغادرة الزبائن النظام و يمثل وقت الخدمة أي الفترة الزمنية بين خدمتين متتاليتين و التي قد تكون ثابتة أو عشوائية، و أغلب نماذج صفوف الانتظار تفرض أن معدل الخدمة يتوزع عشوائيا. بموجب التوزيع الأسّي. معدل الخدمة : هو عبارة عن متوسط عدد الوحدات المخدومة خلال وحدة الزمن، إلى أن هنالك عوامل عديدة تؤثر على معدل انجاز مثل الاستعانة بمعدات جديدة أو متطورة.

### 5.2.3 نظام الخدمة : يمكن تصنيف نظام الخدمة إلى مالي :

- ✓ من يأتي أولا يخدم أولا
- ✓ من يأتي أخيرا يخدم أولا
- ✓ القاعدة العشوائية : أي يتم خدمة الوحدات دون الاستناد إلى أية قاعدة
- ✓ القاعدة الأسبقية : أي خدمة الوحدة التي لها الأفضلية حسب معايير معينة<sup>11</sup>

### 4. أهم التوزيعات الاحتمالية المستخدمة في نظرية صفوف الانتظار :

في غالب الأحيان نجد تلك القيم العشوائية تخضع إلى نوعين من التوزيعات الاحتمالية ، فوصول الزبائن كثيرا ما يتبع التوزيع الاحتمالي البواسوني أما أوقات الخدمة فهي تتبع التوزيع الاحتمالي الأسّي و لكن هذا لا ينفي أنه هنالك توزيعات احتمالية أخرى يمكن أن تتبعها معدل الوصول و معدل الخدمة.<sup>12</sup>

### 1.4 التوزيع البواسوني :

- نقول أن وصول العملاء إلى مراكز الخدمة يتبع التوزيع البواسوني إذا توفرت الشروط التالية :
- إن احتمال تحقق حدث في الفترة  $\Delta t$  يعتمد فقط على طول الفترة.
  - عدد الحوادث الواقعة في الفترة معينة مستقل عن عدد الحوادث في الفترات السابقة.
  - احتمال تحقق حدثين في نفس الوقت صغير جدا.

$$P_n(t) = \frac{\lambda^n e^{-\lambda t}}{n!} : \text{الصيغة العامة لقانون بواسون على الشكل التالي :}$$

بحيث :  $\lambda$  : متوسط عدد الوحدات لكل وحدة زمنية  
 $n$  : عدد الوحدات في الفترة المحددة

2.4 التوزيع الأسّي : يستخدم التوزيع الأسّي في دراسة أوقات الخدمة و هو يعرف بالصيغة التالية :  $P_n(t) = \mu e^{-\mu t}$   
 $\mu$  : متوسط عدد الوحدات التي يمكن أن تقدم لها الخدمة لكل وحدة زمنية.

### 5. التحليل الاقتصادي :

إن الهدف من تحليل صفوف الانتظار هو تدنيه التكلفة الكلية و التوصل إلى مستوي الخدمة الأمثل، و التكلفة الكلية تنقسم إلى مجموعتين أساسيتين من التكاليف، الأولى تتمثل في التكاليف الانتظار عملاء للحصول على خدمة و التكلفة الثانية الخاصة بالطاقة أو الخدمة .

- تكاليف الطاقة ( الخدمة ) : هي تلك التكاليف الخاصة بالتشغيل مثل أجور العمال، الخ..... الخ

- تكاليف الانتظار: هي تلك التكاليف الخاصة بالوحدات المنتظرين للخدمة.<sup>13</sup> إن الهدف الرئيسي من تحليل صفوف الانتظار هو توازن تكلفة تقديم الخدمة و تكلفة انتظار العملاء.

$C_w$  : تمثل تكلفة الانتظار

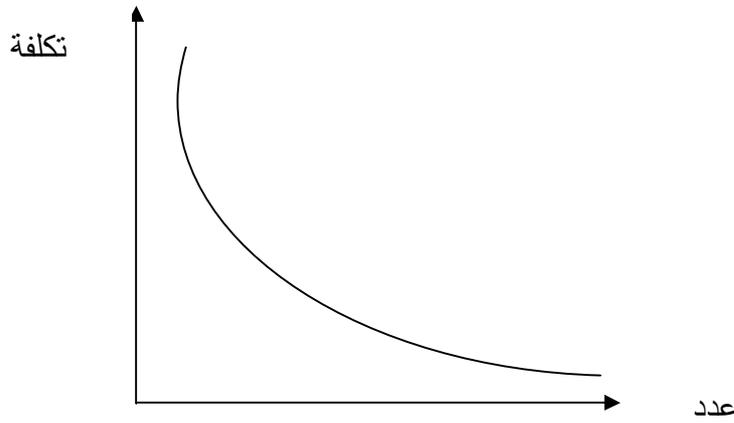
$C_s$  : تمثل تكلفة الخدمة ( تكلفة الطاقة )

$L_s$  : تمثل عدد الوحدات في النظام

$K$  : تمثل عدد القنوات

$TC$  : تمثل إجمالي التكلفة

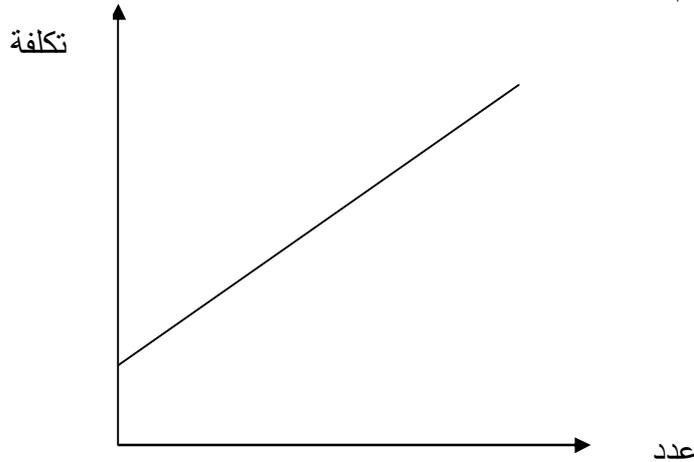
الشكل رقم ( 03 ) : العلاقة بين تكلفة الانتظار و عدد القنوات ( مستوى الخدمة )



المصدر: سليمان محمد مرجان: مرجع سبق ذكره، ص258.

- نلاحظ من خلال الشكل أن كلما زادت الطاقة أو الخدمة أي ارتفعت عدد القنوات ( تحسن مستوى الخدمة ) كلما انخفضت عدد الوحدات في صف انتظار (أي انخفض زمن الانتظار) ، و هذا يؤدي إلى انخفاض تكلفة الانتظار .

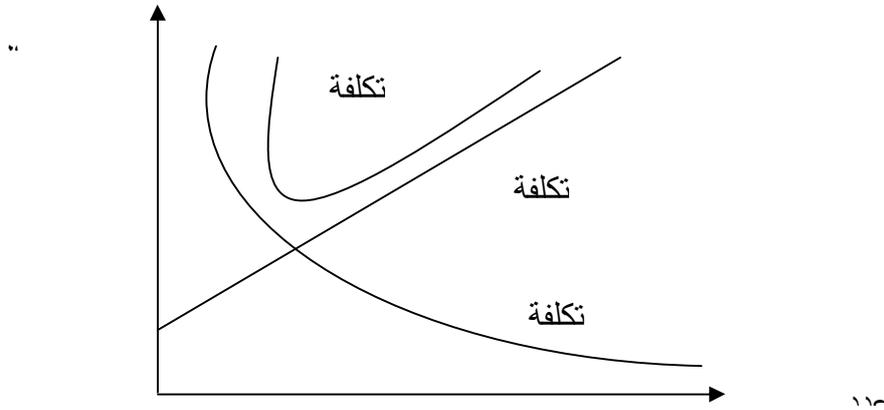
الشكل رقم ( 04 ) : العلاقة بين تكلفة الخدمة و عدد القنوات ( مستوى الخدمة )



المصدر : سليمان محمد مرجان: مرجع سبق ذكره، ص258.

- نلاحظ من خلال الشكل أن كلما زادت الطاقة أو الخدمة أي ارتفعت عدد القنوات (تحسن مستوى الخدمة) كلما ارتفعت تكلفة الخدمة.

شكل رقم (05): تحديد التكلفة المثلى



المصدر : سليمان محمد مرجان: مرجع سبق ذكره، ص 258.

من خلال هذه المنحنيات نلخص مايلي:

- تكلفة الخدمة تزداد بزيادة الخدمة أو قدرة مركز الخدمة. بمعنى زيادة عدد محطات الخدمة أو عدد الأفراد المقدمين للخدمة ، كما تنخفض تكلفة زمن الانتظار كنتيجة لزيادة قدرة الخدمة.
- إن نقطة التقاطع بين منحنى تكلفة الخدمة و منحنى تكلفة الانتظار هي التي تحقق أفضل مستوى للخدمة مع حد أدنى للتكاليف.

## 6. نماذج صفوف الانتظار :

يوجد العديد من النماذج صفوف الانتظار المستخدمة في مجال إدارة العمليات و سوف نتطرق إلى بعض النماذج و التي تعتبر الأكثر شيوعا في الأوساط العملية.

### 1.6 نماذج صفوف الانتظار ذات قناة الخدمية الواحدة

تنتج مسألة صفوف الانتظار ذات قناة خدمة واحدة من وقت وصول عشوائي و وقت خدمة عشوائية لمركز ( قناة ) خدمة واحدة. وقت الوصول عشوائي ممكن أن يوصف رياضيا بتوزيع احتمالي و التوزيعات الأكثر استخداما هو التوزيع بواسون مع العلم أن وقت الخدمة يتبع التوزيع الأسّي، و فيما يلي بعض هذه النماذج:<sup>14</sup>

- نموذج مجتمع غير محدود

يعد هذا النموذج من ابط نماذج صفوف الانتظار حيث تصل الوحدات إلى محطة الخدمة بشكل انفرادي ( أي بدون تأثيرات خارجية ) وتكون في صف واحد و تقدم لها خدمة في مرحلة واحدة، حيث يتم إعطاء شروط التي يتم استعمالها في حالة ما تكون الفرضيات قابلة للتطبيق و هي كالتالي:<sup>15</sup>

- يتم خدمة الزبون وفق لقاعدة من يدخل أولا يخدم أولا، كما يشترط أيضا أن كل زبون يلتحق بالصف عند وصوله لا يغادر قبل تلقيه الخدمة.
- عملية الوصول الزبائن مستقلة عن بعضها، ولكن متوسط معدل الوصول ثابت
- الوصول العشوائي للزبائن يتبع توزيع بواسون ومعدل (  $\lambda$  ) في الوحدة الزمنية، وكذلك الوحدات التي تتلقى تأتي من مجتمع غير محدود.
- وقت الخدمة يتبع التوزيع الأسي (  $\mu$  ) في الوحدة الزمنية
- متوسط معدل الخدمة معروف و محدد
- معدل الوصول أقل من معدل الخدمة (  $\mu > \lambda$  )
- هنالك قناة واحدة لتقديم الخدمة

قبل التطرق إلى الصيغ الرياضية نقوم بذكر الرموز الخاصة بالنموذج صفوف الانتظار وهي المتمثلة في :

- $\lambda$  : معدل ( متوسط ) عدد وصول في زمن معطى
- $\mu$  : معدل ( متوسط ) عدد خدمات في زمن معطى
- $n$  : عدد زبائن في النظام
- $P_n$  : احتمال وجود (  $n$  ) من الوحدات في النظام
- $P_0$  : احتمال وجود ( 0 ) من الوحدات في النظام
- $L_S$  : معدل وحدات الموجود في النظام
- $L_q$  : معدل وحدات الموجود في خط الانتظار
- $W_S$  : معدل الوقت التي تستغرقه الوحدة في النظام
- $W_q$  : معدل الوقت التي تستغرقه الوحدة في خط الانتظار
- $P_w$  : احتمال انتظار الواصلين للخدمة في صف الانتظار (معامل الاستخدام)

بعد عرض الشروط والفرضيات اللازمة للنموذج، سوف نتطرق آن إلى الصيغ الرياضية الخاصة بقناة الخدمية الواحدة مباشرة

دون التطرق إلى برهانها لأن استنتاجها يتطلب أعمالا رياضية مطولة وهي تعتبر معقدة نوعا ما وهي كالتالي :<sup>16</sup>

$$P_0 = 1 - \lambda/\mu \dots \dots \dots \text{احتمال وجود ( 0 ) من الوحدات في النظام.}$$

$$P_n = ( \lambda/\mu )^n P_0 \dots \dots \dots \text{احتمال وجود ( n ) من الوحدات في النظام.}$$

$$L_S = \lambda/(\mu - \lambda) \dots \dots \dots \text{معدل وحدات الموجود في النظام.}$$

$$L_q = \lambda^2/(\mu (\mu - \lambda) ) \dots \dots \dots \text{معدل وحدات الموجود في خط الانتظار.}$$

$$W_S = 1/(\mu - \lambda) \dots \dots \dots \text{معدل الوقت التي تستغرقه الوحدة في النظام.}$$

$$W_q = \lambda/(\mu (\mu - \lambda) ) \dots \dots \dots \text{معدل الوقت التي تستغرقه الوحدة في خط الانتظار.}$$

احتمال انتظار الواصلين للخدمة في صف الانتظار (معامل الاستخدام)  $P_w = \lambda/\mu$ .....

2.6. نماذج صفوف الانتظار ذات قناة الخدمية المتعددة:

نماذج صفوف الانتظار ذات قنوات المتعددة يعني وجود عدة مواقع للخدمة بصورة متوازنة و كل وحدة في صف الانتظار ممكن أن يخدم بواسطة أكثر من موقع خدمة واحدة بحيث أن كل موقع يقدم خدمة نفسها.

يعد هذا النموذج أكثر تعقيدا نوعا ما من سابقه، بحيث الوحدات تنتظر في الصف واحد و تقدم لها خدمة في أي من محطتي الخدمة وذلك حسب إتاحة أي من محطتين، ويتم تطبيق هذا النموذج إذا ما تحققت الفرضيات التالية:

➤ الصف له محطة خدمة مضاعف

➤ معدل الوصول يتبع التوزيع الاحتمالي البواسوني؛

➤ معدل الخدمة يتبع التوزيع الاحتمالي الأسي؛

➤ معدل الخدمة  $\mu$  هو نفه لكل محطة؛

➤ الصف يتبع نظام من يصل أولا يخدم أولا.

بحيث:  $\lambda$ : معدل (متوسط) الوصول للوحدات في زمن معطى

$\mu$ : معدل (متوسط) خدمة للوحدات في زمن معطى

$K$ : تمثل عدد محطات خدمة

و على هذا الأساس تكون الصيغ الرياضية لنموذج صفوف الانتظار ذات قناة خدمية متعددة كتابي: <sup>17</sup>

$$P_0 = \frac{1}{[\sum_{n=0}^{K-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n] + \frac{1}{K!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^K \frac{K\mu}{K\mu - \lambda}} \dots \dots \dots$$

احتمال وجود (0) من الوحدات في النظام

احتمال وجود (n) من الوحدات في النظام هنالك شرطين:

$$P_n = \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 \quad \text{فإن} \quad n < k$$

إذا كان

$$P_n = \frac{1}{K! K^{n-k}} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 \quad \text{فإن} \quad n > K$$

إذا كان

$$L_s = \frac{\lambda \mu \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^K}{(K-1)!(K\mu - \lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu} \dots \dots \dots$$

معدل وحدات الموجود في النظام

$$L_q = L_s - \frac{\lambda}{\mu} \dots \dots \dots$$

الموجود في خط الانتظار

$$W_s = \frac{L}{\lambda} \dots \dots \dots$$

معدل الوقت التي تستغرقه الوحدة في النظام

$$W_q = W_s - \frac{1}{\mu} \dots \dots \dots$$

معدل الوقت التي تستغرقه الوحدة في خط الانتظار

$$P_w = \frac{1}{K!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^k \left( \frac{K\mu}{K\mu - \lambda} \right) P_0$$

(معامل الاستخدام)  $P_0$

ثانيا: الجانب التطبيقي: تطبيق نماذج صفوف الانتظار لقياس جودة خدمة عملية السحب و الإيداع في مركز البريد - الدار البيضاء-

يعتبر مركز البريد من أكثر الأماكن التي تعاني من الازدحام الشديد طوال أيام الأسبوع حيث ترتبط مشكلة انتظار العملاء ارتباطا مباشرا بما يقدمه العاملين في مراكز الخدمة، و من اجل قياس جودة الخدمات المقدمة تعتبر نماذج صفوف الانتظار من أحسن الأساليب الكمية .

من اجل إسقاط الجانب النظري في الواقع العملي تم الاعتماد على نماذج صفوف الانتظار لقياس و تحسين فعالية خدمات السحب و الإيداع في مركز البريد - الدار البيضاء -

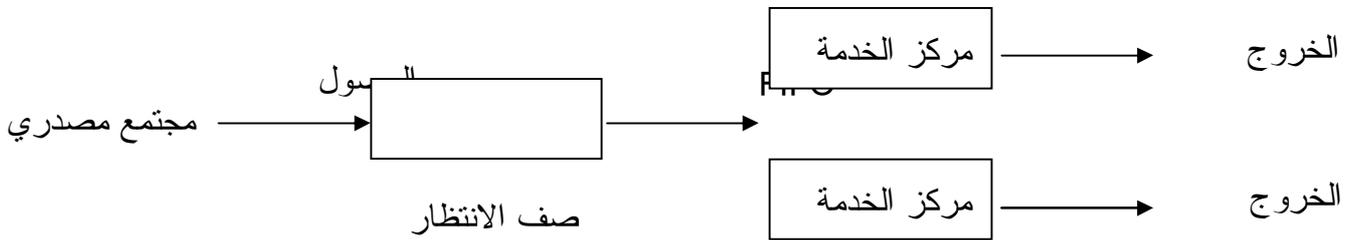
### 1.1 نمذجة ظاهرة الانتظار لمركز خدمة السحب و الإيداع

تمكن الباحثون الذين عملوا في هذا مجال من وضع عدد من النماذج الرياضية التي تهدف إلى دراسة سلوك أنظمة صفوف الانتظار، و هي تختلف عن بعضها البعض من خلال التوزيعات الاحتمالية التي تتبعها كل من أوقات الوصول و أوقات الخدمة و كذا عدد الخدمة و نظام الخدمة و أيضا محدودية المجتمع و صف الانتظار، و من اجل تحديد النموذج المناسب يجب أولا تمثيل الظاهرة ثم تحديد مكونات هيكل الانتظار .

### 1.1.1 تمثيل ظاهرة الانتظار لمراكز خدمة السحب و الإيداع

يقدم مركز البريد خدمتي السحب و الإيداع من خلال مركزي خدمة، تتمثل مهمة الموظف في تسجيل البيانات الموجودة على الشيك إذا كانت عملية سحب أو وثيقة إيداع إذا كانت عملية إيداع على الحاسوب ثم يقوم بعد المبلغ باستخدام آلة خاصة ثم العد اليدوي ليتأكد من صحة المبلغ و في الأخير يقوم بدفع المبلغ المالي الموجود في الشيك إذا كانت عملية سحب أو تحصيل مبلغ مالي من عميل إذا كانت عملية إيداع .

التمثيل البياني :



## 2.1. تحديد مكونات نموذج صفوف الانتظار لمركز الخدمة

1.2.1 المجتمع : نقصد به المصدر الذي تتولد عنه وحدات طالبة الخدمة و انطلاقا للقواعد التي تنص عليها القوانين و التي تنص

على استقبال كل العملاء الوافدين مهما بلغ عددهم فيعتبر المجتمع غير محدود .

2.2.1 صف الانتظار : يتكون من عملاء طالبة خدمة معينة و يمكن تحديد مواصفات صف الانتظار من خلال :

- طول صف الانتظار : إن صف الانتظار ليس له حد أقصى أي أن وصول أي زبون جديد يكون مسوح

له بالاشترك لذا نعتبر عدد العملاء غير محدود .

- عدد صفوف الانتظار : من حصول العميل على الخدمة فهم يصطافون في صف واحد .

3.2.1 نظام الخدمة : هي القاعدة التي يتم بموجبها اختيار الزبائن حيث يتم تقديم الخدمة تبعا لترتيب الوصول أي من يصل أولا

يخدم أولا ( FIFO ) .

4.2.1 مراكز الخدمة : أنظمة صفوف الانتظار ممكن أن تحتوي على مركز خدمة واحد أو تحتوي على العديد من مراكز الخدمة

و بما انه يوجد مركزي الخدمة سوف نعتمد على نماذج صفوف الانتظار متعددة القنوات .

5.2.1 مواصفات الواصلين : و تتمثل في :

- درجة التحكم في عدد الواصلين: لا يمكن لمركز البريد التحكم في عدد العملاء الواصلين إلى مركز الخدمة و لا في أوقات وصولهم .

- نمط الوصول: يتم وصول العملاء إلى مركز الخدمة بطريقة عشوائية و يكون كل عميل مستقلا عن الآخر .

- متلقي الخدمة: هي الوحدات التي تحتاج إلى الخدمة و هي تصل إلى مركز الخدمة على فترات زمنية عشوائية

## 2. الدراسة الإحصائية هيكل الانتظار لمركز الخدمة

قبل تحديد نوع نماذج صفوف الانتظار المناسب لابدأ أولا معرفة أي من التوزيعات الاحتمالية التي تتبعها كل من أوقات الوصول

وأوقات الخدمة و من ثم يتم قياس مؤشرات فعالية خدمة السحب و الإيداع .

1.2. عرض معطيات خاصة بمركز البريد : من اجل تحديد متوسط العملاء الواصلين إلى مركز الخدمة تم تحديد المدة الكلية

للمشاهدة بأسبوعين من يوم الأحد إلى يوم الخميس من الساعة 8 إلى 12 خلال الفترة الصباحية و من الساعة 13 إلى

16 خلال الفترة المسائية و كانت 7 مشاهدات في اليوم ( مشاهدة لكل ساعة ) ، و قدرت المشاهدة الكلية في الأسبوعين 70

مشاهدة .

2.2. تحديد معدل الوصول : إن وصول العملاء يتم بشكل غير منتظم وفق فترات زمنية غير متساوية و لا يمكن تحديده

بصورة مسبقة و احتمالاته تخضع لتوزيعات احتمالية معينة غير محددة، من خلال المعطيات الواردة أعلاه نلاحظ أن العدد الكلي

لفترات المشاهدة هي 70 فترة و سوف يتم اختيار عينة مكونة من 50 فترة تم أخذها بطريقة عشوائية من العدد الكلي للفترات

الجدول أدناه يوضح العينة التي سوف يتم الاعتماد عليها لتحديد نوع التوزيع الاحتمالي الذي يتبعه معدل الوصول و هو موضح كالتالي:

جدول 1: يوضح العينة التي سوف يتم الاعتماد عليها لتحديد نوع التوزيع الاحتمالي الذي يتبعه معدل الوصول

عدد الوصول	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	Somme
تكرار	0	0	0	0	1	2	1	3	3	2	5	2	4	5	6	5	3	3	2	1	1	1	50

المصدر: من إعداد الطالب

من خلال هذا الجدول نحسب معدل الوصول (متوسط عدد وحدات الطالبة للخدمة) و هو الذي يساوي مجموع الواصلين / 100

$$\lambda = \frac{\sum N}{50} = \frac{622}{50} = 12.44 \quad \text{و نرسم له بالرمز } \lambda$$

بما أن المشاهدة كانت كل ساعة فان معدل وصول يصبح كالتالي:

$$\lambda = 12.44 / 60 = 0.209 \quad \text{د / عميل}$$

من اجل تحديد نوع التوزيع الاحتمالي لوصول العملاء إلى مركز البريد نستعمل اختبار مربع كاي .

$$\left. \begin{array}{l} H_0 : X_{cal}^2 < X_{tab}^2 \\ H_1 : X_{cal}^2 > X_{tab}^2 \end{array} \right\} \text{موصول العملاء يتبع التوزيع الاحتمالي البواسوني}$$

الجدول (03): مجموع فروق التربيعية لكاي تربيع لأوقات الوصول

$X_i$	$F_i$	$Y$	$F(x)$	$F_e$	$X^2$
0	0	0	4E-06	0.00002	0.00002
1	0	0	0.00002	0.0101	0.0101
2	0	0	0.0011	0.0551	0.0551
3	0	0	0.0040	0.2002	0.2002
4	1	4	0.0109	0.5451	0.3796
5	2	10	0.0238	1.1876	0.5557
6	1	6	0.0431	2.1562	0.6200
7	3	21	0.0671	3.3554	0.0377
8	3	24	0.0914	4.5690	0.5388
9	2	18	0.1106	5.5302	2.2535
10	5	50	0.1205	6.0242	0.1741
11	2	22	0.1193	5.9658	2.6363
12	4	48	0.1083	5.4156	0.3700
13	5	65	0.0908	4.5380	0.0470
14	6	84	0.0706	3.5310	1.7264
15	5	75	0.0513	2.5643	2.3136
16	3	48	0.0349	1.7459	0.9009
17	3	51	0.0224	1.1187	3.1636
18	2	36	0.0135	0.6770	2.5852
19	1	19	0.0078	0.3882	0.9644
20	1	20	0.0042	0.2114	2.9413
21	1	21	0.0022	0.1097	7.2279
Somme	50	622	0.9980	49.8990	29.7017

بالرجوع إلى جدول كاي التربيعي عند درجة الحرية 20 و عند مستوى المعنوية 5% نجد أن قيمة  $\chi^2$  الجدولية هي:

$$\chi_{0.05}^2 = 31.410$$

بما أن قيمة  $X_{cal}^2$  المحسوبة اقل من قيمة  $X_{tab}^2$  الجدولة فانه سوف يتم قبول الفرضية الأولى و هي  $H_0$  و التي تنص على أن معدل الوصول يتبع التوزيع الاحتمالي البواسوني .

### 3.2. معدل الخدمة

إن الفترة الزمنية التي يستغرقها طالبي الخدمة ليست متساوية و غير ثابتة و إنما هي عشوائية و يعود ذلك لنوع الخدمة التي يطلبها كل عميل، و تكون احتمالاتها معروفة و خاضعة لإحدى التوزيعات الاحتمالية و من اجل معرفة أي نوع من التوزيعات الاحتمالية التي تخضع لها، تم اختيار عينة عشوائية مكونة من 100 فترة كما موضحة في الجدول التالي:

• حساب عدد الفئات:  $K = 1 + 3.32 \log 50 = 1 + 3.32 \log 50 = 6.64 \approx 7$

• حساب طول الفئة:  $T = \frac{\text{الأدنى الحد} - \text{الحد الأعلى}}{K} = \frac{15.3325 - 0.9866}{6.64} = 2.16$   
جدول (04) لحساب متوسط زمن الخدمة

تكرارات * مركز الفئة	مركز الفئة	تكرارات	زمن الخدمة	
26,8692	2,0669	13	0,9866	3,147
38,0465	4,2274	9	3,147	5,308
44,7154	6,3879	7	5,308	7,468
68,3876	8,5484	8	7,468	9,629
64,2538	10,7090	6	9,629	11,789
51,4780	12,8695	4	11,789	13,950
45,0901	15,0300	3	13,950	16,110
338,8406	//	50	مجموع	
6,7768				

من خلال هذا الجدول نحسب متوسط زمن الخدمة ( معدل الخدمة ) و نرمز له بالرمز  $\mu$  و يتم حسابه كمايلي:  $\alpha$

$$\mu = \frac{1}{6.7768} = 0.128 \quad , \quad \mu = \frac{\sum F_0 t}{50} = \frac{338.8406}{50} = 6.7768$$

بنفس الطريقة يتم تطبيق اختبار كاي تربيعي من اجل تحديد نوع التوزيع الاحتمالي و ذلك انطلاقا من الفرضيات التالية:

$$\left. \begin{aligned} H_0 : X_{cal}^2 < X_{tab}^2 & \leftarrow \text{وصول المرضى يتبع التوزيع الاحتمالي الأسي .} \\ H_1 : X_{cal}^2 > X_{tab}^2 & \leftarrow \text{وصول المرضى لا يتبع التوزيع الاحتمالي الأسي} \end{aligned} \right\}$$

بعد حساب التكرارات النسبية المتوقعة و كذلك التكرارات المتوقعة و ذلك بضرب التكرارات النسبية بالعدد الكلي للملاحظات و في

الأخير نقوم بحساب مجموع الفرق التربيعي للتكرارات نحصل على  $X_{cal}^2$  المحسوبة و التي تساوي 9.0867

بالرجوع إلى جدول كاي التربيع عند درجة حرية تساوي 5 و عند مستوى معنوية 5% فإن  $X_{tab}^2$  (مجدولة) تساوي

11.070

$$\left\{ \begin{aligned} X_{tab}^2 &= 11.070 \\ X_{cal}^2 &= 9.0867 \\ X_{tab}^2 &> X_{cal}^2 \end{aligned} \right.$$

بما أن قيمة  $X_{tab}^2$  (مجدولة) أكبر من قيمة  $X_{cal}^2$  (محسوبة) فإننا نقبل الفرضية الأولى  $H_0$  التي تنص على أن معدل الخدمة يتبع التوزيع الإحتمالي الأسي.

من خلال كل هذه الدراسات تم التوصل إلى ما يلي :

➤ يتبع توزيع الوصول للعملاء إلى قاعة مركز البريد التوزيع الاحتمالي البواسوني

➤ يتبع توزيع أوقات الخدمة التوزيع الاحتمالي الأسي

➤ عدد قنوات الخدمة 2

➤ نظام الخدمة هو نظام خدمة عام من يأتي أولاً يخدم أولاً

➤ عدد زبائن هو غير محدود

➤ مجتمع كذلك غير محدود

انطلاقاً من كل هذه المعطيات تم تحديد النموذج المناسب الذي سوف يطبق عليه لقياس فعالية الخدمات و هو من النوع :

( M / M / 1 ) ( FIFO / ∞ / ∞ )

بعد تحديد النموذج المناسب نقوم بحساب مؤشرات الفعالية للنموذج و ذلك لقياس جودة الخدمات التي تقدمها مركز البريد و

استعاننا برنامج EXCEL تحصلنا على النتائج التالية :

	A	B	C	D	E	F	G
3							
4	1. Both $\lambda$ and $\mu$ must be RATES, and use the same time unit. For example, given a service time such as 10 minutes per customer, convert it to a service rate such as 6 per hour.						
5	2. The total service rate (rate x servers) must be greater than the arrival rate.						
6							
7							
8	<b>Input Data</b>		<b>Operating Characteristics</b>				
9	Arrival rate ( $\lambda$ )	0,21	Average server utilization ( $\rho$ )		0,8750		
10	Service rate ( $\mu$ )	0,12	Average number of customers in the queue ( $L_q$ )		5,7167		
11	Number of servers (s)	2	Average number of customers in the system (L)		7,4667		
12			Average waiting time in the queue ( $W_q$ )		27,2222		
13			Average time in the system (W)		35,5556		
14			Probability (% of time) system is empty ( $P_0$ )		0,0667		
15							

تفسير ا

- احتمال أن يكون النظام مشغول في وحدة زمنية أو ما يسمى بمعامل الاستخدام هو 87% و هذا المؤشر يدل أن موظف يكون مشغول طوال الوقت مما يدل على كثرة التراحم الموجود في مركز البريد .
- متوسط عدد وحدات في صف انتظار يساوي 5.71 وحدة أي متوسط عدد العملاء في الانتظار هو 6 عملاء .
- متوسط وقت الوحدة المستغرق في النظام هو 36 دقيقة بينما متوسط وقت الوحدة المستغرق في صف الانتظار هو 28 دقيقة.

استنادا على هذه النتائج المتوصل إليها وجب على مسؤول مركز البريد التفكير في تغيير هذا الوضع و ذلك بإضافة محطات خدمة جديدة .

بهدف تحسين مستوى الخدمات المقدمة للزبائن لا بد من تعديل في الهيكل و ذلك بإضافة محطات جديدة موازية تقدم الخدمة لأكثر من وحدتين في نفس الوقت مع الحفاظ على نفس خصائص النموذج السابق.

بعد حساب مؤشرات الأداء للنظام الجديد نقوم بمقارنته بالنتائج المتحصل عليها في النظام الأصلي و توصلنا إلى ما يلي :

#### جدول 2: مقارنة النتائج

النموذج المؤشرات	مركزي الخدمة	ثلاث مراكز الخدمة
P	0.87	0.58
	5.71	0.46
	7.46	2.21
	27.42	2.22
	35.55	10.55

المصدر: من إعداد الطالب

#### تفسير النتائج

- احتمال أن يكون النظام مشغول في وحدة زمنية هو 87 % حيث نلاحظ أن عند إضافة قناة ثالث انخفض معامل التشغيل من 87 % إلى 58 % ، و هذا ما يدل على تناقص الازدحام الذي سوف يكون موجود في مركز البريد.
  - انخفاض متوسط عدد وحدات في صف انتظار ليلغ 0.46 وحدة بينما كان 5.71 وحدة.
  - انخفاض متوسط وقت الوحدة المستغرق في صف الانتظار ليلغ 10.55 دقيقة بينما كان متوسط وقت الوحدة المستغرق في النظام هو 35.55 دقيقة.
- من خلال النتائج المتحصل عليها نلاحظ أن تقديم مركز البريد الخدمة بثلاث قنوات سوف يساعدها على تخفيض الوقت المستغرق للحصول على الخدمة ، وهكذا يكون قد تم تحسين مستوى الخدمة التي تقدم للعملاء.
- و عليه إذا أراد مدير مركز البريد أن يصل إلى مستوى فعالية الخدمة فإنه مجبر على إضافة مركز خدمة جديدة على التوازي لأن مقاييس الأداء الفعلية للخدمة ستتغير بشكل إيجابي.

#### خلاصة:

لقد دارت الإشكالية الموضوع المعالج حول كيفية استخدام نماذج صفوف الانتظار لتقييم أداء المؤسسة ، و من هذا المنطلق تم تقسيم بحثنا هذا إلى محورين حيث سلطنا الضوء في المحور الأول إلى الجانب النظري و ذلك بإعطاء نظرة شاملة حول نظري صفوف الانتظار أما المحور الثاني فكان من الضروري إسقاط الجانب النظري على الواقع الفعلي أو العملي حيث تم اختيار مركز البريد كمحل للدراسة و ذلك للازدحام الكبير الذي يعاني منه حيث حاولنا تطبيق نموذج صفوف الانتظار لحل هذه المشكلة.

بعد القيام بالدراسة تمكنا من الوصول إلى جملة من النتائج أهمها :

- بفضل استخدام نماذج صفوف الانتظار تم تسجيل انخفاض في وقت الوحدة المستغرق في النظام مقارنة مع وضعها الحالي و ذلك يدل على تحسين مستوى الخدمة على مستوى مركز البريد.
- إن الاعتماد على الخبرة و التجربة في اتخاذ القرارات أو تقييم الأداء أصبحت غير مجدية في أغلب الأحيان، مثلا مركز البريد الذي تمحورت عليه الدراسة فإن عدم استخدام لنظرية صفوف الانتظار في تقييم مستوى جودة الخدمة أدى إلى ظهور ازدحام كبير و على طول الوقت، و يعود السبب لذلك هو لعدم توفر مختصين في مجال الأساليب الكمية على مستوى مراكز البريد من جهة أو لعدم فهم و اقتناع المديرين بالأهمية هذه الأساليب من جهة أخرى.

لقد دارت الإشكالية الموضوع المعالج حول كيفية استخدام نماذج صفوف الانتظار لتقييم أداء المؤسسة ، و من هذا المنطلق تم تقسيم بحثنا هذا إلى محورين حيث سلطنا الضوء في المحور الأول إلى الجانب النظري و ذلك بإعطاء نظرة شاملة حول نظري صفوف الانتظار أما المحور الثاني فكان من الضروري إسقاط الجانب النظري على الواقع الفعلي أو العملي حيث تم اختيار مركز البريد كمحل للدراسة و ذلك للازدحام الكبير الذي يعاني منه حيث حاولنا تطبيق نموذج صفوف الانتظار لحل هذه المشكلة.

بعد القيام بالدراسة تمكنا من الوصول إلى جملة من النتائج أهمها :

- بفضل استخدام نماذج صفوف الانتظار تم تسجيل انخفاض في وقت الوحدة المستغرق في النظام مقارنة مع وضعها الحالي و ذلك يدل على تحسين مستوى الخدمة على مستوى مركز البريد.
- إن الاعتماد على الخبرة و التجربة في اتخاذ القرارات أو تقييم الأداء أصبحت غير مجدية في أغلب الأحيان، مثلا مركز البريد الذي تمحورت عليه الدراسة فإن عدم استخدام لنظرية صفوف الانتظار في تقييم مستوى جودة الخدمة أدى إلى ظهور ازدحام كبير و على طول الوقت، و يعود السبب لذلك هو لعدم توفر مختصين في مجال الأساليب الكمية على مستوى مراكز البريد من جهة أو لعدم فهم و اقتناع المديرين بالأهمية هذه الأساليب من جهة أخرى.

## الاحالات والمراجع:

- <sup>1</sup> حامد سعد نور الشمري و علي خليل الزبيدي : مدخل إلى بحوث العمليات، دار مجدلاوي للنشر و التوزيع، الطبعة الأولى، 2007، الأردن، ص 455.
- <sup>2</sup> بوشول السعيد و اخرون : تحليل طوابير انتظار الخدمات باستخدام نماذج صفوف الانتظار و دورها في اتخاذ قرارات لتحسين الجودة، ملتقى دولي حول صنع القرار في مؤسسة الاقتصادية، جامعة المسيلة 2009.
- <sup>3</sup> توفيق محمد ماضي : الأساليب الكمية في مجال إدارة ، دار الجامعة، الإسكندرية، 1999، ص 338.
- <sup>4</sup> Frédéric Sur, Les files d'attente recherche opérationnelle, cours de tronc commun Scientifique, école des mines de Nancy, P8.
- <sup>5</sup> Sébastien Le Digabel, Introduction aux files d'attente, Ecole polytechnique de Montréal, 2016, P5
- <sup>6</sup> سهيلة عبد الله سعيد : الأساليب الكمية و البحوث العمليات، مكتبة الحامد، عمان، 2007، ص 337.
- <sup>7</sup> سعدي هند : استخدام نماذج صفوف الانتظار لتحسين فعالية الخدمات في المراكز الصحية- دراسة ميدانية في المؤسسة العمومية الاستشفائية ب المسيلة-، رسالة مقدمة لنيل شهادة ماجستير، جامعة مسيلة، 2011-2012، ص 50.
- <sup>8</sup> حامد سعد نور الشمري و علي خليل الزبيدي : مرجع سبق ذكره، ص 457.
- <sup>9</sup> أحمد عبد إسماعيل الصفار و ماجدة عبد اللطيف التميمي : بحوث العمليات ، دار المناهج للنشر و التوزيع ، الأردن ، 2008 ، ص 496.10-
- <sup>10</sup> إبراهيم العبد : الأساليب الكمية في اتخاذ القرارات الإدارية، دار الجامعة الجديدة، مصر، 2004، ص 428.
- <sup>11</sup> أحمد توفيق البلقيني و مرفت طلعت الحلاوي : الأساليب الكمية في الإدارة، الدار المريخ للنشر، رياض، 2006، ص 751.
- <sup>12</sup> نجاح بولودان و السعدي رجال : تطبيق نماذج صفوف الانتظار لقياس جودة الخدمة البنكية، ملتقى دولي حول الأساليب الكمية و دورها في اتخاذ القرارات الادارية، جامعة سكيكدة، ص 8
- <sup>13</sup> سليمان محمد مرجان: بحوث العمليات، دار الكتب الوطنية، بنغازي، 2002، ص 258.
- <sup>14</sup> أحمد عبد إسماعيل الصفار و ماجدة عبد اللطيف التميمي : مرجع سبق ذكره ، ص 501.
- <sup>15</sup> حامد سعد نور الشمري، علي خليل الزبيدي : مرجع سبق ذكره، ص 468-470.
- <sup>16</sup> مصطفى مصطفى موسى و يحي عبد العظيم المشد : نمذجة القرارات و بحوث العمليات، دار المريخ للنشر و التوزيع، المملكة العربية السعودية، 2007، ص 579.
- <sup>17</sup> Frederick hillier and gerald Liberman, Introduction to operation research, stanford university, P38.